

ВІДГУК
офіційного опонента
доктора фізико-математичних наук, професора
Савченка Олександра Григоровича
на дисертаційну роботу Поливоди Орислави Євгенівни
“Нескінченновимірні многовиди, модельовані
на ін’єктивних границях абсолютних екстензорів”,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії)
за спеціальністю 01.01.04 – геометрія та топологія

Топологія нескінченновимірних многовидів є важливим розділом сучасної топології. Її історія йде від 30-х років минулого століття і, зокрема, пов’язана з дослідженням геометрії опуклих множин у банахових просторах. У 60-70-х роках було закладено основи теорії многовидів, модельованих на гільбертовому кубі (Q -многовидів). Серед творців цієї теорії зазначимо імена Р.Д. Андерсона, Т. Чепмена, Дж. Веста, Г. Торуньчика та інших.

Розглядалися також і інші класи нескінченновимірних многовидів, зокрема гільбертові многовиди, які знайшли широкі застосування у глобальному аналізі та інших розділах математики. Є.В. Щепін заснував теорію тихоновських многовидів; модельними просторами цієї теорії є неметризовні аналоги гільбертового куба — тихоновські куби.

Новий поштовх для розвитку топології нескінченновимірних многовидів дала теорія поглинаючих множин, яку створили М. Бєствіна та С. Могільський. Вона дала змогу дослідити многовиди, модельовані на неповних універсальних просторах для різних борелівських класів. Варто зазначити, що характеристичні теореми для таких многовидів знайшли своє застосування для опису топології гіперпросторів, просторів ймовірнісних мір, а також топологічних лінійних просторів та опуклих множин у них. Підсумком певного етапу результатів у цьому напрямку стала монографія Т. Банаха, Т. Радуга та М. Зарічного “Absorbing sets in infinite-dimensional manifolds”.

Окремо зазначимо, що у неметризованому випадку многовиди, модельовані на ін’єктивних границях евклідових просторів та гільбертових кубів, розглядали Гейзі, Торуньчик, Во Танг Лім, К. Сакаї, Т. Банах, М. Зарічний та інші математики. Характеризаційні теореми Сакаї були застосовані до опису топології вільних топологічних груп та нескінченних симетричних степенів абсолютних околів ретрактів (М. Зарічний), а також вільних топологічних

граток (Т. Банах, О. Гринів), функціональних просторів (К. Сакаї), ін'єктивних границь компактів Банаха-Мазура (Т. Банах, Кавамура, Сакаї) та ін.

Нескінченновимірні многовиди, модельовані на прямих границях некомпактних абсолютних екстензорів, досліджував Є. Пенцак.

Задача розширення класів нескінченновимірних многовидів, в тім многовидів, модельованих на прямих границях абсолютних екстензорів, є актуальною задачею геометричної топології. Саме в цьому напрямку виконано дослідження, що лягли в основу дисертації, і це є безперечним свідченням їх актуальності.

Як уже згадувалося, К. Сакаї досліджував клас многовидів, модельованих на зліченній прямій границі гільбертових кубів і Z -вкладень (Q^∞ -многовидів). Для таких многовидів він побудував багату теорію, зокрема довів теореми про відкрите і замкнене вкладення, незавузленість, стабільність, триангуляційну теорему та різного роду апроксимаційні теореми. Оскільки гільбертів куб є універсальним простором для класу метричних компактів (тобто, компактів зліченної ваги), то природно розглянути відповідний простір, що є прямою границею тихоновських кубів різної ваги. Такий модельний простір $I^{(\omega)}$ і модельовані на нім многовиди запроваджено і досліджено в розділі 3 дисертації. Зокрема, доведено відповідну характеризаційну теорему. Також наведено клас $I^{(\omega)}$ -факторів (Твердження 3.1.3).

Також у розділі 3 запропоновано конструкцію, що є зліченновимірним аналогом простору $I^{(\omega)}$ — простір $I^{(\omega)}_\omega$. Для простору $I^{(\omega)}_\omega$ доведено характеризаційну теорему, а також побудоване універсальне відображення цього простору на простір $I^{(\omega)}$. Для $I^{(\omega)}$ -многовидів доведено характеризаційну теорему а також теорему про відкрите вкладення.

Т.О. Банах розглядав клас нескінченновимірних многовидів, модельованих на універсальному просторі K^∞ для класу компактних метричних просторів зі скінченною f - d -похідною. Дослідженню властивостей многовидів з цього класу присвячено розділ 4 дисертації. Відзначимо тут теорему про збереження класу K^∞ -многовидів функторами скінченного степеня (Теорема 4.2.4), а також функторами вільних топологічних груп (Теорема 4.2.5-4.2.6).

П. Борст запропонував трансфінітне розширення лебегового виміру топологічних просторів. Для конфінальної множини злічених ординалів β Т. Радул побудував поглинаючі множини в сенсі Бествіні і Могільського для класу метричних компактів трансфінітного виміру $< \beta$. Результати розділу 5 дисертації можна вважати відповідниками результатів Радула у категорії k_ω -просторів. Для конфінальної множини злічених ординалів β побудовано k_ω -простір K_β сильно універсальний для класу $D(\beta)$ метричних компактів трансфінітного виміру $< \beta$. Цей простір може служити модельним для теорії

многовидів, у дисертації наведено характеризаційні теореми для таких многовидів, теореми про відкрите вкладення, а також побудоване і охарактеризоване універсальне відображення простору K_β на простір $\mathbb{R}^\infty$.

Дещо відрізняється за стилем розділ 6 дисертації. У ньому описано конструкцію, яка дозволяє протрактувати модельні простори нескінченновимірної топології з єдиної точки зору. В такій загальній інтерпретації вдалося довести теореми зведення та єдиності, характеризаційну теорему, теорему про незавузлення та ін.

Результати дисертаційного дослідження можуть знайти застосування як у топології многовидів, так і у функціональному аналізі та в топологічній алгебрі, використовуватися для читання спеціальних курсів у Львівському, Чернівецькому, Прикарпатському та інших університетах.

Всі отримані наукові результати дисертації є новими та оригінальними дослідженнями. Наукові положення та висновки, які сформульовані в дисертаційній роботі, наведені з повними доведеннями і можна стверджувати їх достовірність.

Основні результати опубліковано у 6 наукових працях, серед яких 2 статті у фахових виданнях з переліку, затвердженого МОН України, 2 статті у виданнях, що включено до наукометричної бази Scopus, а також у 9 тезах конференцій (7 з яких – тези міжнародних конференцій). Зазначимо також, що в дисертацію зі спільних публікацій поміщено лише результати автора.

Хоча дисертацію написано правильною науковою українською мовою, все ж зверну увагу на певні недоліки викладу.

- Насамперед, одне зауваження стосовно компонування матеріалу. Частина вступного тексту до розділу 6 логічніше виглядала би інтегрованою у загальний вступ. Те ж саме стосується деяких цитованих у розділі 6 результатів — їх варто би було помістити у огляд літератури.

- На стор. 31 і 32 поняття σ -спектра фактично описане двічі, один раз з меншою, а другий раз — з більшою повнотою.

- Сторінка 56: не перевищує $\leq n$
- Висновки (стор. 109): прямі (ін'єктивні)
- У розділі 6 unknotting перекладено як розплутування, хоча один раз трапляється незавузлення.

Ці зауваження, однак, не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

Автореферат правильно і повно відображає основні положення і зміст дисертації. Дисертація є завершеною науковою роботою, у якій розв'язано актуальні задачі топології нескінченновимірних многовидів.

Вважаю, що дисертаційна робота О.Є. Поливоди “Нескінченновимірні многовиди, модельовані на ін’єктивних границях абсолютних екстензорів” відповідає всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року, № 1159 від 30 грудня 2015 року, № 576 від 27 липня 2016 року, № 943 від 20 листопада 2019 року, № 607 від 15 липня 2020 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Поливода Орислава Євгенівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.04 – геометрія та топологія.

Офіційний опонент
професор кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу
Херсонського державного університету
доктор фізико-математичних наук,
професор

О.Г.Савченко

Підпис О.Г. Савченка
підтверджую начальник ВК
Кудас Н. П.

