

В І Д Г У К
про дисертацію Петречко Наталії Василівни
«Властивості функцій обмеженого індексу в одиничному бікрузі»,
подану до захисту на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

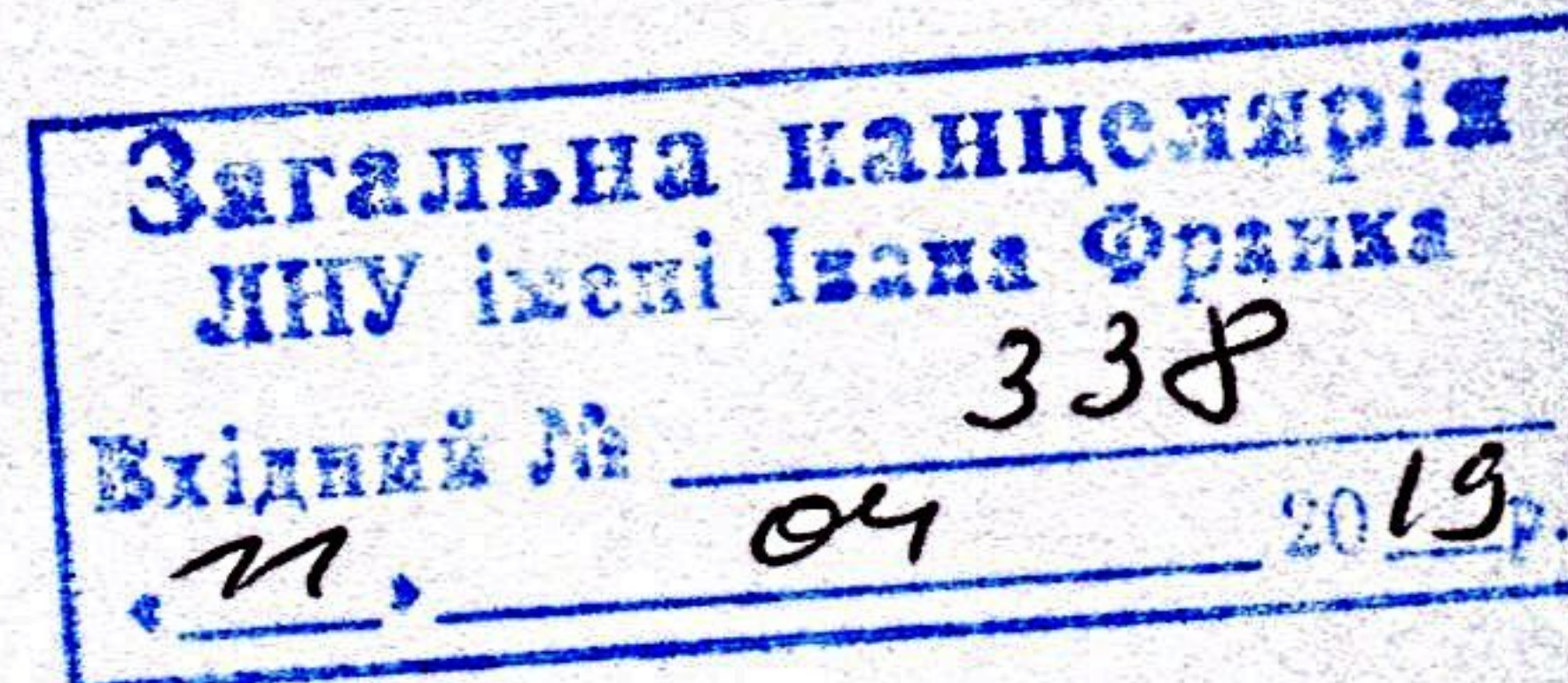
1. Актуальність дослідження і його мета. Важливим елементом досліджень диференціальних рівнянь є якісний опис властивостей їх розв'язків. З цією метою важливо отримати оцінки зростання розв'язків в заданій області та оцінки їх молодших похідних через старші. Як правило, вказані дослідження пов'язані з методами математичного аналізу, зокрема, використанням інтегральних формул типу Коші і розвинень функцій в степеневі ряди. Функції обмеженого індексу, яким присвячено дисертацію, це функції, які є розв'язками систем диференціальних рівнянь певного вигляду. Основна ідеологія дисертації полягає в докладному дослідженні цього класу функцій, зокрема, в отриманні критеріїв, коли функція має обмежений індекс, та в наведенні прикладів систем диференціальних рівнянь, розв'язками яких є відповідні функції обмеженого індексу. Теорія функцій обмеженого індексу успішно розвивалася тривалий час на площині, а зараз поступово переноситься на багатовимірний комплексний випадок.

Зміст досліджень здобувача в значній мірі полягає в перенесенні результатів, відомих у двовимірному випадку, на багатовимірну ситуацію. Одним з принципових моментів є використання інтегральної формули Коші для полікруга, аналогу якої нема в арифметичному просторі $\mathbb{R}^n$. Саме з цього приводу, важко сказати, чи можуть бути отримані які-небудь аналоги цих результатів в дійсних евклідових просторах. Також важко оцінити, чи можна перенести результати здобувача на інші класи відображень (квазіконформні відображення, відображення зі скінченним спотворенням), бо для цих класів, як правило, відсутні як інтегральні формули, так і розвинення в ряди. Підкреслимо, що практично всі дослідження здобувача відносяться до аналітичних функцій. Результати дисертації мають високий науковий рівень, який цілком відповідає рівню кандидатської дисертації. Відзначимо також, що зміст основних результатів, наведених в дисертації, відповідає результатам, викладеним в авторефераті.

Відомий математик сучасності Г.Д. Суворов вважав ідеалом і ціллю в теорії відображень «складання загального каталогу функцій і відображень, і дослідження його властивостей». В цьому плані, функції обмеженого індексу, які є предметом дослідження у дисертації, є вагомою сторінкою згаданого каталогу. Окрім сказаного, зауважимо, що функції обмеженого індексу і питання навколо них є предметом багатьох вітчизняних і закордонних публікацій. Серед них чимало публікацій львівської математичної школи, яку представляє здобувач. Враховуючи сказане вище, у мене нема сумнівів в актуальності досліджень, проведених у дисертації.

2. Наукова новизна результатів дисертаційної роботи. Викладення в дисертації є достатньо послідовним. Отримані результати є новими і цікаві для спеціалістів.

Розділ 1 є оглядовим. Автор наводить відомості з комплексного і багатовимірного аналізу, а також необхідні матеріали з історії питання і публікацій попередників в повному обсязі.



Розділ 2 є найважливішим, оскільки тут доведено найбільш фундаментальні результати роботи. Зокрема, отримано ключові функціональні нерівності (теореми 2.1, 2.5), завдяки яким наведено низку необхідних і достатніх умов належності функцій класу обмеженого індексу, що досліджується (теореми 2.3, 2.4, 2.6, 2.7 і 2.8). Зауважимо, що теореми 2.6, 2.7 і 2.8 відносяться тільки до випадку полікруга ($n = 2$). Цікавою є також теорема 2.9, яка стосується властивостей головних поліномів функцій.

Результати, які стосуються застосувань результатів до розв'язків систем диференціальних рівнянь, відносяться до **розділу 3**. Тут вказано приклади систем диференціальних рівнянь і відповідні функції L , розв'язки яких є функціями обмеженого L -індексу. Логіка міркувань і викладення в розділі зрозумілі. Автор спочатку наводить окремі приклади таких систем, після чого переходить до більш загального їх вигляду. Також встановлено обмеженість L -індексу за сукупністю змінних довільної аналітичної у бікрузі функцій в області, що компактно вкладена у бікруг. На мій погляд, останній результат є особливо цікавим, хоча й очікуваним: як відомо, аналітичні функції є дискретними, тобто, їх нулі можуть накопичуватись лише до межі області. Зрозуміло, що останнє явище не може відбуватися в області, яка компактно вкладена в одиничний бікруг і є відділеною від його межі.

Розділ 4 є завершальним. Тут знайдено достатні умови обмеженості L -індексу за сукупністю змінних для цілих функцій. На мій погляд, особливо цікавим результатом цього розділу є твердження про те, що не обов'язково сума двох функцій обмеженого індексу потрапляє в той самий клас функцій.

3. Обґрунтованість і достовірність наукових положень. Всі результати, наведені в дисертації, є новими і строго доведеними. Перевірка тексту дисертації на предмет правильності викладення не виявила значних помилок. Зокрема, не виявлено жодних структурних елементів тексту, які б ставили під сумнів правильність результатів дисертації.

4. Зауваження. Дисертація не позбавлена недоліків, про що зазначимо у наведеному нижче переліку:

1) Передусім мене бентежить використання символу $\max$ багато де в дисертації, наприклад, на сторінках 55, або 57. Зокрема, див. сторінку 55, 1–3 рядки зверху. Наскільки я розумію, в цих рядках $\max$ береться спочатку по $z \in \mathbb{D}^n \left[z^0, \frac{pR}{qL(z^0)} \right]$, а потім по $\|K\| \leq N$. Звичайно, така інтерпретація, з одного боку, є цілком коректною. З іншого боку, в такому випадку тут треба замість $\max$ писати $\max \max$, або навіть $\max_{\|K\| \leq N} \max_{z \in \mathbb{D}^n \left[z^0, \frac{pR}{qL(z^0)} \right]}$. В протилежному випадку, якщо замість $\max \max$ пишеться просто $\max$, здобувачеві треба спочатку довести, що цей так званий «рівномірний, одночасний» $\max$ по усіх змінних K і z існує (взагалі говорячи, тут існує тільки $\sup$). По друге, те, що цей загальний $\max$, навіть за умови його існування, буде збігатися з повторним $\max \max$, теж не є доведеним фактом.

Резюмуючи, я вважаю, що автору слід пояснити існування загального $\max$ і коректність його використання. Інше зауваження стосується того, що саме цей факт мав би обов'язково міститись в дисертації. Найважливішим є не написання формул, в правильності яких я переважно не сумніваюся, а в конкретному сенсі, що криється за цим написанням.

2) В тексті не завжди зрозуміло, як саме різні параметри залежать один від одного. Наприклад, теорема 2.8, сторінки 74-75. Від чого залежать сталі c і N у нерівності (2.30)? Чи залежить c від F , або тільки від L (або від F і L одночасно)? Мені здається, що такі речі слід було б пояснити в тексті більш докладно. Якщо сенс таких залежностей в дисертації не досліджено, про це також варто було б зазначити, щоб читачеві було зрозуміло.

Така сама ситуація в теоремі 2.5 на сторінці 66. У формулі (2.15) p_1 залежить тільки від R' і R'' , про це говориться в тексті теореми 2.5. Чи залежить p_1 від F ? Чи можемо ми обрати сталу p_1 такою, що залежить тільки від L і обслуговує всі функції F обмеженого L -індексу?

3) Є невеличкі друкарські помилки і стилістичні зауваження. На стор. 77, 2-й рядок після формули (2.31), замість «...розвиненні ряду (2.5)...» потрібно «...розвиненні ряду (2.31)...». Аналогічно, на стор. 78, 3-й рядок зверху, (2.5) слід замінити на (2.31). Не зовсім зрозуміло, по якій змінній беруться «внутрішні» $\sup$ і $\inf$ в формулах для $\lambda_{1,j}$ і $\lambda_{2,j}$ на стор. 52. В останньому рядку формулювання теореми 2.9 на стор. 43 слід використовувати великі дужки: $\mathbb{T}^2 \left(z^0, \frac{R}{L(z^0)} \right)$.

На стор. 61, 8-й рядок зверху, читаємо: «Тому з люб'язного дозволу її автора Бандури А.І. наводимо відповідне формулювання». Я вважаю, що така фраза є не зовсім коректною, бо науковий світ має можливість і право використовувати будь-яку інформацію для своїх досліджень; для цього не потрібен чийсь дозвіл.

В цілому, дисертацію написано добре і зрозуміло. Проте вважаю, що автору слід попрацювати над стилем на майбутнє. Останнє зауваження з пункту 3) вказує на недостатність досвіду написання математичних текстів.

5. Висновки. Дисертаційна робота має теоретичний характер, а її результати мають вагомое теоретичне значення. Ці результати мають самостійний науковий інтерес, також, як було зазначено вище, вони можуть бути використані в теорії диференціальних рівнянь. Наведені вище зауваження не мають вирішального впливу на загальне позитивне враження від дисертації.

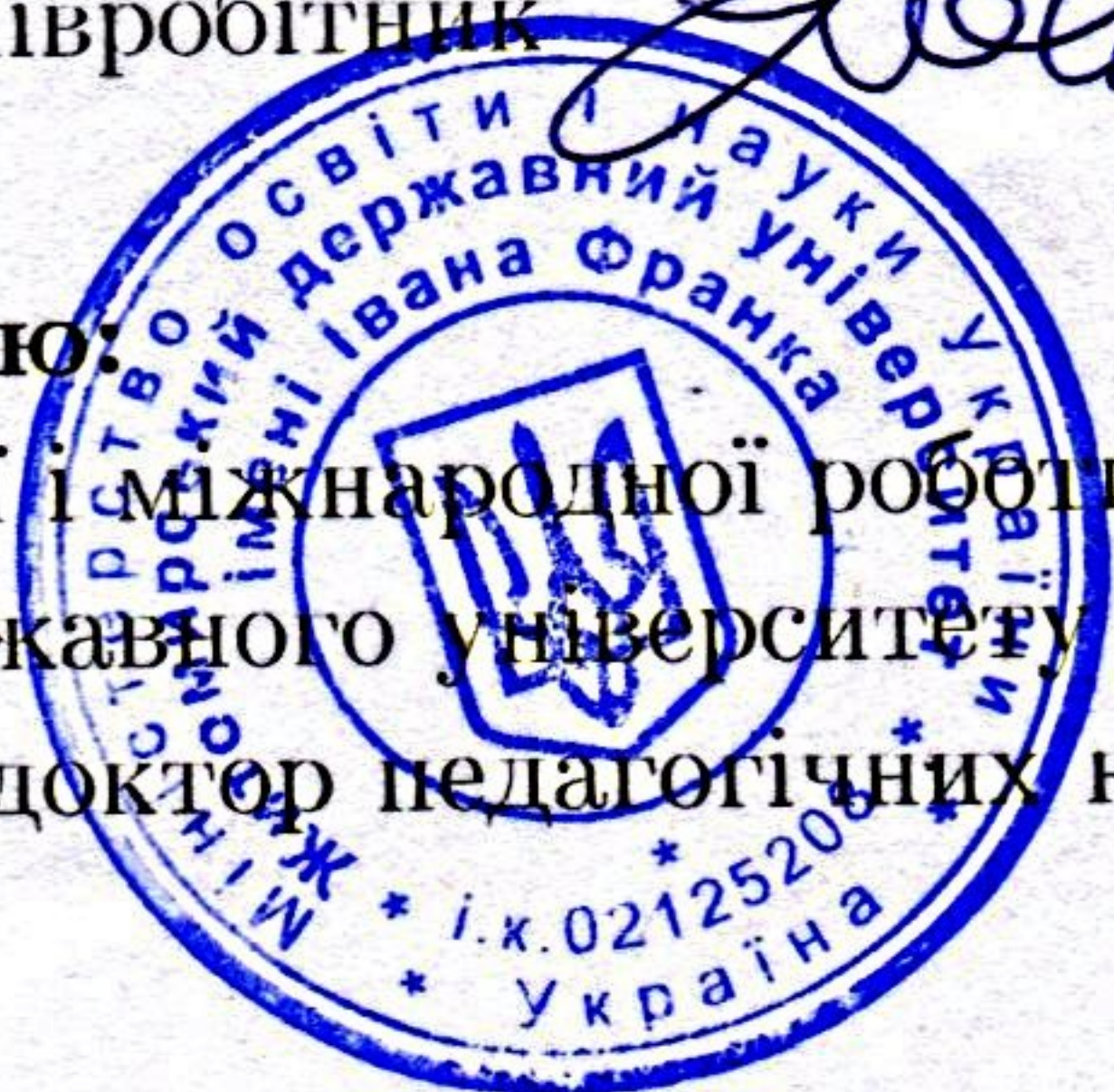
Враховуючи сказане вище, я вважаю, що Петречко Наталія Василівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Професор кафедри математичного аналізу
Житомирського державного університету
імені Івана Франка, д.ф.-м.н.,
старший науковий співробітник

Є.О. СЕВОСТЬЯНОВ

Є.О. СЕВОСТЬЯНОВ

Підпис засвідчую:
проректор з наукової і міжнародної роботи
Житомирського державного університету
імені Івана Франка, доктор педагогічних наук,
професор



Н.А. СЕЙКО

Н.А. СЕЙКО