

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію **Петречко Наталії Василівни** "*Властивості функцій обмеженого індексу в одиничному бікрузі*", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01–математичний аналіз, 111 – математика.

Теорія функцій обмеженого l -індексу, започаткована у М.М. Шереметою та А.Д. Кузиком у 1986 році, показала свою потужність у дослідженні аналітичних функцій однієї і багатьох змінних. Дослідженнями цілих функцій та аналітичних функцій у різних областях займалися М.М. Шеремета, О.Б. Скасків, М.Т. Бордуляк, А.І. Бандура та інші математики.

Багато прикладних задач вимагають використання апарату функцій багатьох змінних. Перенесення поняття функції обмеженого l -індексу на випадок функцій багатьох змінних можна здійснювати у різні способи. Перший з них був запропонований у 1993 році у праці М. Т. Бордуляк та М. М. Шеремети. При подальших дослідженнях виявилось, що для різних областей в $\mathbb{C}^n$ корисно мати "індивідуальні" варіанти теорії.

У працях О. Б. Скасківа та А. І. Бандури започатковано і розвинено теорію цілих функцій обмеженого L -індексу за напрямом, за сукупністю змінних у кулі та деяких інших багатовимірних областях. Зокрема, було встановлено критерії обмеженості L -індексу, оцінку максимуму модуля функції, аналог теореми Хеймана, властивості степеневого розвинення. Окремо слід відзначити застосування до вивчення систем лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними вищих порядків. Також можна очікувати застосувань у статистичній механіці, теорії графів, комбінаториці.

Проте властивості функцій обмеженого індексу у бікрузі залишалися переважно недослідженими.

З огляду на це обрану тему дисертації та проведені в ній дослідження вважаю **актуальними**.

Робота складається з чотирьох розділів, пов'язаних між собою тематикою та методами.

Перший розділ присвячений огляду літератури та основних результатів дисертації. Він містить всю необхідну для сприймання наступних розділів інформацію. Цей розділ є порівняно невеликим, але інформація в ньому викладено дуже чітко і логічно послідовно. Це дозволяє прослідкувати як історію розвитку математичного напрямку, якому присвячена дисертація, так і проблеми, що є актуальними для її подальшого розвитку.

Другий розділ є основним в дисертації. Він присвячений встановленню критеріїв обмеженості L -індексу за сукупністю змінних. Починається із основних означень та вступних прикладів, що істотно полегшують ознайомлення з подальшими викладками для неспеціаліста. У наступному підрозділі встановлено ряд критеріїв. Одним з найцікавіших результатів дисертації вважаю

оцінку максимуму модуля на більшому бікрузі через максимум модуля на меншому бікрузі, що встановлена у теоремі 2.5. В наступному підрозділі розглядається аналог теореми Хеймана. Завершується розділ дослідженням степеневого розвинення аналітичної у бікрузі функції обмеженого L -індексу за сукупністю змінних. Цікава своєю структурою

$$(\exists p)(\forall d)(\exists \eta)(\forall z^0)(\exists r)$$

теорема 2.9. На мій погляд, це свідчить про хороше володіння дисертанткою математичною технікою.

У третьому розділі розглядаються застосування результатів попереднього розділу до систем рівнянь математичної фізики. Починається він з дуже доречних прикладів систем рівнянь з частинними похідними, до кожної з яких вказується L , для якого кожен аналітичний розв'язок рівняння є функцією обмеженого L -індексу. Ці твердження узагальнюються у теоремі 3.4. У заключних двох підрозділах аналізується зростання функцій обмеженого L -індексу за сукупністю змінних та отримано оцінку похідних для компакту у бікрузі.

В останньому, найменшому розділі, встановлено достатні умови обмеженості L -індексу функції в термінах її степеневого розвинення. Наприкінці наведено приклад двох цілих функцій обмеженого індексу за сукупністю змінних, сума яких не є функцією обмеженого індексу.

Автор дякує одному зі співавторів за люб'язний дозвіл навести у дисертації певні результати. Хоч, оскільки вказані публікації не мають грифу секретності, цитувати їх має право кожен дослідник. Однак це свідчить про високі моральні стандарти дисертантки.

Всі основні результати дисертації є новими і належно обґрунтованими, а їх доведення у багатьох моментах містять досить тонкі викладки.

Робота оформлена акуратно, добре оформлена стилістично. Проте у ній містяться деякі недоліки та описки технічного характеру:

- 1) не уточнено, що автор розуміє під "задовільністю" аналога теореми Вімана-Валірона для полікруга на 23^6 , під "цією ж ідеєю" на 25^3 ;
- 2) в означенні 1.1 на с.31 варто пропущено тлумачення змінної L ;
- 3) фразу про рівносильність на 52_{8-6} варто було б обґрунтувати; формули (2.4), (2.5) на с. 53 повторюють формули попередньої сторінки;
- 4) на 54^9 вартувало б поставити знак $=$ замість $\leq$ та деталізувати викладки на сторінках 56-57, 68-70; на 67^4 слід уточнити, що змінні вибираються на кістяку;
- 5) в теоремах 2.8 на с. 74 і 2.9 на с. 77 зайвою є умова $\beta > 1$, бо вона входить в означення L ;
- 6) границі на 87_1 не існують; не зовсім зрозумілими є другі речення на с. 110 та с. 114;
- 7) вживається терміни і "диференційне рівняння" у теоремі 3.1 і "диференціальне рівняння" в теоремі 3.3;
- 8) верхня межа другого інтегралу в 105_1 і першого в 109_2 має бути r_1 , а не r_2 ;
- 9) в авторефераті не згадано про доповідь здобувачки на семінарі з математичного аналізу в Дрогобицькому державному педагогічному університеті

імені Івана Франка;

10) описки на 22⁶, 32⁷, 51⁷, 53⁶, 64¹¹, 66⁷, 113⁸.

Ці зауваження жодним чином не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Зміст автореферату ідентичний до основних положень дисертації, а результати з належною повнотою викладені в опублікованих працях. Список використаних джерел оформлений належним чином.

Висновки здобувача щодо значущості його праці для науки є чіткими і повними.

Дисертація є завершеною науковою роботою. У ній розв'язано ряд актуальних задач теорії аналітичних функцій, подано нові підходи та вдосконалено існуючі методи розв'язання таких задач, розглянуто застосування отриманих результатів, що в сукупності є суттєвим для розвитку теорії функцій комплексної змінної.

Отже, вважаю, що дисертаційна робота відповідає всім вимогам законодавства України щодо кандидатських дисертацій за спеціальністю 01.01.01–математичний аналіз, а її автор **Петrenchко Наталія Василівна** заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

професор кафедри математики
Дрогобицького державного педагогічного
університету імені Івана Франка,
доктор фізико-математичних
наук, доцент

В. М. Дільний

підпис докт. фіз.-мат. наук
Дільного В.М. засвідчую
Вчений секретар Вченої ради



М. Д. Галів