

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук

Олега Ростиславовича Никифорчина

на дисертаційну роботу Пастухової Ірини Степанівни

“Дітопологічні інверсні напівгрупи”,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата

фізико-математичних наук (доктора філософії)

за спеціальністю 01.01.04 — геометрія і топологія

Запровадження нового класу об'єктів є виправданим, зокрема, якщо на нього можна поширити розв'язання відомих і актуальних задач. У цьому сенсі виділення у дисертації класу (слабко) дітопологічних інверсних напівгруп мотивується проблемою вкладення топологічних інверсних напівгруп у добутки об'єктів простішої структури, проблемою метризовності субінваріантними метриками та проблемою автоматичної неперервності відображень.

Результати дисертації у першому з цих напрямків можна розглядати як аналогії класичних теорем Понтрягіна (1934) про вкладення компактних абелевих топологічних груп у добутки кіл та Лоусона (1969) про вкладення топологічних напівграток (а також цілком дистрибутивних граток) у добутки відрізків. Для топологічних інверсних напівгруп такими базовими об'єктами є напівгратки, нуль-розширення груп та конуси над групами. Для компактних кліффордових інверсних напівгруп відповідне вкладення було побудоване О. Гринів (2012). Дисертантові вдалося поширити ці результати на некомпактні напівгрупи.

Задача метризовності топологічних інверсних напівгруп теж була розв'язана Банахом (2003) спершу для нульвимірних компактних кліффордових напівгруп завдяки їх добре вивченій будові, а тоді Банахом, Бокалом, Гутіком, Потятинником і Равським (2003, 2012) було отримано результати про метризацію зліченно компактних топологічних інверсних напівгруп. У дисертації вивчено метризації дітопологічних інверсних напівгруп без обмеження (локальної) компактності.

Теореми Боумана (1971) та Ягера (1976) про автоматичну неперервність відображень топологічних інверсних напівгруп вимагають компактності і кліффордовості. Зняття цих обмежень є суттєвим просуванням.

Отже, актуальність тематики є безсумнівною.

Перший розділ дисертації містить ґрунтовний огляд праць, які стали теоретичною основою роботи та стосуються близької тематики. Це дозволяє оцінити результати дисертації у контексті споріднених досліджень.

У другому розділі подано необхідні відомості про інверсні напівгрупи, напівґратки, топологічні і рівномірні простори, основні класи топологічних напівгруп та напівґраток.

Виклад власних результатів автора розпочинається з третього розділу. Означено (ліві та праві) уонапівгрупи як узагальнення напівгруп, у яких кожен елемент має зафіксовану “власну” одиницю (відповідно ліву чи праву). Від відображення одиниці вимагається не тільки неперервність, але й дінеперервність, тобто неперервність щодо ділення. Дінеперервність означена вдало у тому сенсі, що вона очевидно виконується для топологічних груп, топологічних напівґраток, і, загальніше, для топологічних напівгруп ідемпотентів. Цим виділено клас (лівих, правих чи “двосторонніх”) дітопологічних уонапівгруп. Важливо, що уонапівгрупами є всі інверсні напівгрупи, якщо ліву і праву одиниці для елемента x обрано як $\lambda(x) = xx^{-1}$ та $\rho(x) = x^{-1}x$. Однак (ліва, права) дінеперервність для топологічних інверсних напівгруп є додатковою вимогою. Так отримується клас дітопологічних інверсних напівгруп, який є основним об’єктом вивчення у дисертації. Він згідно з Теоремою 3.26 охоплює топологічні групи, топологічні напівґратки, компактні гаусдорфові топологічні інверсні напівгрупи і дискретні топологічні інверсні напівгрупи, отже, результати дисертації застосовні до широкого кола напівгруп. Водночас побудовано Приклад 3.27, що локальної компактності топологічної інверсної напівгрупи недостатньо для дітопологічності навіть разом з комутативністю, кліфордовістю, метризовністю і зліченністю. Показано, що дітопологічність уонапівгруп зберігається підуонапівгрупами, добутками, зведеними добутками. Зокрема, серед зведених добутків є важливі у подальшому нульрозширення груп та конуси над групами. Під час доведення збереження дітопологічності напівпрямими добутками уонапівгруп виникає рідкісний у дисертації приклад, коли ліво- і праводітопологічні напівгрупи вимагають різного підходу. у “лівому” випадку від відповідної дії однієї напівгрупи на іншій вимагається тільки збереження одиниць, а у “правому” потрібна сильніша умова ρ_S -оборотності.

Оскільки конструкція Гартмана-Мицельського зберігає дітопологічність, але додає стягуваність, то дітопологічні унонапівгрупи можна вкласти у стягвані дітопологічні унонапівгрупи.

У розділі 4 введено дещо ширший клас слабо дітопологічних інверсних напівгруп, який буде вжито у розділі 6 при дослідженні автоматичної неперервності. Більшість тверджень про їх властивості та методи їх отримання є аналогічними до наведених у розділі 3, однак одним з найяскравіших і технічно складних результатів дисертації є Приклад 4.11 слабо дітопологічної не дітопологічної інверсної напівгрупи.

Розділ 5 присвячено вкладенням дітопологічних кліфордових інверсних напівгруп у добутки або зведених добутків напівграток та груп, або напівгруп та нуль-розширень груп або конусів над групами. Для побудови цих вкладень суттєвими є властивості напівгратки ідемпотентів. Основними результатами “для зовнішнього вжитку” є Наслідки 5.6–5.9. Отримано також опис дітопологічних кліфордових інверсних напівгруп, які можна вкласти у компактні дітопологічні кліфордові інверсні напівгрупи. Теорема 5.12 свідчить, що метризовність субінваріантною метрикою дітопологічної кліфордової інверсної напівгрупи зводиться до метризованості максимальної напівгратки та першої аксіоми зліченності для максимальних підгруп.

У розділі 6 узагальнено результати Боумана і Ягера про автоматичну неперервність EH -неперервного гомоморфізму топологічних інверсних напівгруп $X \rightarrow Y$. У Теоремі 6.4, яка є основним результатом розділу, показано, що від X досить вимагати властивості U_0^* для напівгратки ідемпотентів, а від Y — слабої дітопологічності. Оскільки обидва класи містять багато відомих типів напівграток, то негайно (автоматично?) отримується серія Наслідків 6.5–6.10, які, зокрема, охоплюють теорему Боумана. Врахувавши теорему Нолла, автор також отримує Наслідки 6.12 та 6.13 про неперервність вимірних за Сусліним гомоморфізмів.

Підсумовуючи, можна сказати, що дисертаційна робота І.С. Пастухової є цілісною і завершеною науковою працею, у якій впроваджено новий клас топологічних інверсних напівгруп і досліджено його властивості. Водночас мушу висловити деякі зауваження:

- (1) У розділі 1 наведено деякі теореми з самої дисертації, але у наскрізній нумерації, спільній з результатами інших авторів. На жаль, не вказано, який

номер має це ж твердження у “власній” частині роботи, що дещо ускладнює читання.

- (2) Наслідки 5.6 і 5.7 у авторефераті подано у зворотному порядку порівняно з дисертацією.
- (3) Нема потреби формулювати Твердження 4.3–4.6 (с. 68), оскільки вони отримуються з Твердження 3.26 заміною терміну “дітопологічний” на “слабко дітопологічний” з урахуванням факту, що кожна дітопологічна інверсна напівгрупа є слабко дітопологічною. Достатньо було б короткого зауваження.
- (4) У монографії Лоусона, на яку посилаються на с. 31, головний ідеал інверсної напівгрупи S , що містить елемент s , визначено як SsS , а не sSs .
- (5) На с. 32 об’єднанням ніде не щільних множин A_n є множина $A \triangle U$, а не A .
- (6) У Теоремі 3.38 (с. 55) α є відображенням не $F \times S \rightarrow F$, а $F \times S \rightarrow S$.
- (7) На с. 62 незрозуміло, чому “необхідність” і “достатність” у лапках.
- (8) Висновки до дисертаційної роботи не варто виділяти у окремий розділ.
- (9) На, жаль, у тексті є незначна кількість описок, пропущених і переставлених літер, систематично (наприклад, на с. 18 та с. 23) вживається “твердження справедливе” замість “істинне”, або “деяку степінь” замість “деякий степінь” (с. 36), “нище” замість “нижче” (с. 80, с. 93). Є стилістичні недоліки, наприклад “Зважаючи на теореми, постає задача” (с. 24).
- (10) Дисертант скрізь вживає непотрібну кому після “тому”, однак часто відокремлює підрядні речення та звороти комою тільки зліва, але не справа.
- (11) У тексті залишились деякі ознаки механічного перекладу з англійської мови, наприклад, “і” перед завершальним пунктом переліку на с. 23 або “око-ли забезпечують дінеперервність” на с. 51, 55 та у інших місцях.

Вказані зауваження мають виключно редакційний характер, не змінюють загального позитивного висновку про подану до захисту роботу і не ставлять під сумнів її положення. Дисертація є завершеною науковою працею, у якій отримано нові науково обґрунтовані результати, які в сукупності є суттєвими для розвитку теорії топологічних напівгруп. Основні положення роботи нові, самостійно отримані, належно обґрунтовані і повністю опубліковані в 10 наукових роботах, зокрема, у 5 статтях, три з яких — статті у закордонних наукових періодичних виданнях,

дві — статті у вітчизняних фахових журналах, включених до міжнародних наукометричних баз, і п'ять є тезами виступів на міжнародних наукових конференціях. Робота належно оформлена, автореферат адекватно відображає зміст дисертації.

Робота має теоретичну і практичну цінність і може бути основою для наступних досліджень у галузі топологічної алгебри. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані у Львівському, Київському, Прикарпатському національних університетах, Інституті математики та Інституті прикладних проблем механіки та математики НАНУ.

Вважаю, що дисертаційна робота І.С. Пастухової задовольняє вимоги пп. 9, 11, 12 “Положення про присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 №567 (зі змінами), а дисертант заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.04 — геометрія і топологія.

Офіційний опонент

завідувач кафедри алгебри та геометрії
ДВНЗ “Прикарпатський національний
університет імені Василя Стефаника”,
д.ф.-м.н., доц.

О.Р. Никифорчин



О.Р. Никифорчин ЗАВІРЯЮ
Начальник відділу к.дрів
Державного вищого навчального закладу
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника
код 02125266
17 квітня 2013