

Відгук
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Пастухової Ірини Степанівни
"ДІТОПОЛОГІЧНІ ІНВЕРСНІ НАПІВГРУПИ"
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.04 – геометрія і топологія

В дисертаційній роботі вводиться і вивчається новий клас топологічних інверсних напівгруп, а саме, дітопологічні напівгрупи. Цей клас містить в собі багато інших відомих класів топологічних напівгруп – всі топологічні групи, топологічні напівґратки, компактні топологічні інверсні напівгрупи, тощо. Результати дисертації покращують та узагальнюють відповідні теореми з робіт Т. Банаха (2003), Т. Банаха і Б. Бокала (2003), О. Гринів (2007), Т. Банаха, О. Гутіка, О. Потятиника та О. Равського (2012), що, безумовно, свідчить про актуальність обраного напрямку досліджень.

Дисертація складається зі вступу та шести основних розділів, перший з яких присвячений огляду літератури і результатів дисертації, мотивації, та зв'язку результатів здобувачки з вже відомими результатами. Другий розділ містить основні відомості з загальної топології та топологічної алгебри, необхідні для кращого розуміння тексту дисертації. Крім того, в другому розділі розглядаються різні типи напівґраток ($\downarrow$ -локально компактні, напівґратки Лоусона, U -, U_0 - і U_2 -напівґратки, **2**-розділяючі, $\mathbb{I}$ -розділяючі, **2**-вкладувані, $\mathbb{I}$ -вкладувані, прекомпактні) та пояснюються зв'язки між ними.

У третьому розділі "Дітопологічні уонапівгрупи та їх властивості" вводиться поняття дітопологічної напівгрупи, вивчаються операції над такими групами (тихоновський, зведений та напівпрямий добутки, розширення Гартмана-Мицельського). Основними результатами третього розділу слід вважати теореми про: 1) належність до класу дітопологічних інверсних напівгруп усіх топологічних груп, топологічних напівґраток, а також уніформізовних і компактних топологічних інверсних напівгруп (Теорема 3.26); 2) інваріантність дітопологічних інверсних напівгруп відносно тихоновських, напівпрямих та зведених добутків, а також операції взяття інверсних напівгруп (Теореми 3.33, 3.34, 3.38, 3.40). Крім того, в третьому розділі наведений приклад зліченної метризовної локальної компактної комутативної топологічної інверсної напівгрупи, яка не є дітопологічною (Приклад 3.27).

Четвертий розділ має назву "Слабко дітопологічні напівгрупи та їх властивості". В ньому вводиться і вивчається слабше поняття, ніж в попередньому розділі, а саме, поняття слабко дітопологічної інверсної напівгрупи. Клас слабко дітопологічних інверсних напівгруп (як і дітопологічних інверсних) містить всі топологічні напівґратки, топологічні групи, компактні і уніформізовні топологічні інверсні напівгрупи. Основні результати четвертого розділу – це факти про те, що клас слабко дітопологічних напівгруп замкнений відносно операцій напівпрямого і зведеного добутків.

Також здобувачкою наведений цікавий приклад слабо дітопологічної інверсної метризовної напівгрупи, яка не є дітопологічною (Приклад 4.11).

У наступному розділі "Теореми вкладення" продовжуються дослідження, розпочаті в роботах О. Гринів. Результати цього розділу дозволяють узагальнити метризаційні теореми, доведені Т. Банахом для компактних топологічних інверсних напівгруп, а також Т. Банахом і Б. Бокалом для компактних кліфордових топологічних інверсних напівгруп, на випадок дітопологічних інверсних кліфордових напівгруп. Основний результат п'ятого розділу – це Теорема 5.5 про вкладення дітопологічної кліфордової топологічної інверсної U -напівгрупи S у тихоновський добуток топологічної напівґратки і конусів над максимальними підгрупами. Теорема 5.5 застосовується до побудови субінваріантних метрик на топологічних кліфордових інверсних U -напівгрупах. Це дозволяє довести критерій метризовності дітопологічних кліфордових інверсних напівгруп (Теорема 5.12).

В останньому, шостому розділі дисертації "Автоматична неперервність гомоморфізмів між топологічними інверсними напівгрупами" для кліфордових топологічних інверсних напівгруп розв'язується задача автоматичної неперервності гомоморфізмів, звуження яких на всі підгрупи і всі напівґратки неперервні. Позитивний розв'язок цієї задачі у класі компактних кліфордових топологічних інверсних напівгруп з максимальною напівґраткою Лоусона був отриманий Боуманом, а для компактних кліфордових топологічних інверсних напівгруп – Ягером. Здобувачка досліджує питання послаблення умови компактності напівгруп у цих результатах. Зокрема, авторкою дисертації доведені теореми про автоматичну неперервність EH -гомоморфізмів $h : X \rightarrow Y$ у випадках, коли Y – це слабо дітопологічна інверсна напівгрупа, а X – це топологічна інверсна кліфодорова напівгрупа з локально компактною максимальною напівґраткою Лоусона $E(X)$ або X – це топологічна інверсна напівгрупа з локально компактною нульвимірною максимальною напівґраткою $E(X)$. Крім того, з одного результату Нолла про автоматичну неперервність вимірних за Сусліним гомоморфізмів, здобувачка отримала критерії автоматичної неперервності вимірних за Сусліним гомоморфізмів між топологічними інверсними напівгрупами.

Дисертаційна робота справляє гарне враження, досить добре вичитана і містить зовсім невелику кількість друкарських помилок. Знайдені мною опечатки і неточності (а також деякі зауваження) перераховуються нижче.

- Поняття вимірного за Бером відображення як правило означає, що це відображення належить до певного класу Бера (тобто, є поточною границею відображень з нижчих класів). Можливо, варто обрати інший термін для відображень, прообраз відкритої множини при яких має властивість Бера.
- Скрізь в дисертації повинно бути "ґратка" замість "гратка".
- З огляду на теорему Банаха-Штейнгауза про автоматичну неперервність гомоморфізму першого класу Бера між топологічними групами X та Y , перша з яких берівська, було б цікаво дослідити таке питання: чи не можна в результаті Нолла (а, відповідно, і в наслідках 6.12 та 6.13) послабити умову повноти з

Чехом простору X до спадкової боровості?

- Було б варто додати до розділу 6 приклади, які б вказували на істотність умов, яким задовольняють напівгрупи X та Y , в теоремах про автоматичну неперервність.
- 19₂: має бути "компактних";
- 23¹: зайва літера "i" перед S ;
- 24: має бути "метризовною G_δ -множиною" у формулюванні Теорема 1.22;
- 26⁵: повинно бути "Шпільрайна-Марчевського";
- 28¹¹: слово "слабко", очевидно, треба перенести в другу частину речення;
- 73₈: функції f_n і f_m треба поміняти місцями;
- 76⁴: має бути "добутки";
- 77⁸: має бути "інверсна";
- 93₇: має бути " U_0^* -напівгрупою";
- 93₂: має бути "Нижче";
- 95₁: потрібно замінити функції λ_Y і ϱ_Y на λ_Y^{-1} і ϱ_Y^{-1} ;
- 98₆: має бути "Боумана".

Втім, висловлені вище зауваження не принципові і не применшують позитивного враження від дисертаційної роботи.

Дисертація носить теоретичний характер. Вона виконана на досить високому науковому рівні. Всі наведені в дисертаційній роботі результати є новими і належать безпосередньо автору. Результати дисертації опубліковані в 5 статтях у виданнях, що входять до переліку фахових наукових журналів згідно чинного законодавства, і в 5 тезах доповідей всеукраїнських і міжнародних конференцій та літніх шкіл. Вони також доповідались на багатьох наукових семінарах. Автореферат добре відображає зміст дисертації. Отримані результати можуть бути застосовані в подальших дослідженнях.

Вважаю, що дисертаційна робота Ірини Степанівни Пастухової "Дітопологічні інверсні напівгрупи" відповідає всім вимогам чинного положення "Порядку присудження наукових ступенів", а її авторка заслуговує присвоєння наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.04 – геометрія і топологія.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук,
доцент кафедри математичного аналізу
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича

О.О. Карлова

