

ВЛАСТИВІСТЬ СКІНЧЕНОЇ РОЗКЛАДНОСТІ  
У АСИМПТОТИЧНІЙ КАТЕГОРІЇ

Нехай  $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$  — сім'ї метричних просторів і  $R > 0$ .  
 $\mathcal{X}$  називається  $R$ -розкладною над  $\mathcal{Y}$ , якщо для кожного  $X \in \mathcal{X}$   
існує зображення  $X = \cup(\mathcal{Y}_1 \cup \mathcal{Y}_2)$ , де  $\mathcal{Y}_1 \cup \mathcal{Y}_2 \subset \mathcal{Y}$  і  $\mathcal{Y}_i$  —  
 $R_i$ -диз'юнктні сім'ї,  $i = 1, 2$  [Guentner, Tessaera, Yu].

## Означення (Dr.-Zar.)

Метричний простір  $X$  має властивість *sFDC* (*straight Finite Decomposition Complexity*), якщо для кожної послідовності  $0 < R_1 < R_2 < \dots$  існує натуральне  $n$  і метричні сім'ї  $\mathcal{V}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , такі, що сім'я  $X \in R_1$ -розкладною над  $\mathcal{V}_1$ , що сім'я  $\mathcal{V}_i \in R_1$ -розкладною над  $\mathcal{V}_{i+1}$ ,  $i = 1, \dots, n - 1$ , а сім'я  $\mathcal{V}_n$  обмежена.

## Властивості

1. sFDC — асимптотичний (грубий) інваріант;
2. кожен дискретний sFDC простір може бути ізометрично вкладений у геодезійний sFDC простір;
3. для sFDC виконано скінченну теорему суми.

## Властивість А

### Означення (Yu)

Дискретний метричний простір обмеженої геометрії має властивість А, якщо для кожного  $\epsilon > 0$  і кожного  $R > 0$  існує відображення  $x \mapsto \xi_x: X \rightarrow \ell_{1,+}$  і число  $S > 0$  таке, що

1.  $\|\xi_x - \xi_y\|_1 < \epsilon$ , якщо  $d(x, y) < R$ ;
2.  $\text{supp}(\xi_x) \subset B_S(x)$ .

З sFDC випливає властивість А.

## Асимптотична властивість С

### Означення (Dr.)

Метричний простір  $X$  задовольняє асимптотичну властивість С, якщо для кожної послідовності  $0 < R_1 < R_2 < \dots$  існує  $n \in \mathbb{N}$  і обмежені  $R_i$ -диз'юнктні сім'ї  $\mathcal{V}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , такі, що  $\bigcup_{i=1}^n \mathcal{V}_i$  є покриттям простору  $X$ .

З асимптотичної властивості С випливає sFDC.

## Асимптотична властивість С

Розглянемо групу  $G = \bigoplus_{i=1}^{\infty} \mathbb{Z}$  з метрикою

$$d((x_i), (y_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} i|x_i - y_i|.$$

$G$  є sFDC і задовольняє асимптотичну властивість С.

Дякую за увагу!