

STEFAN BANACH AND LVIV MATHEMATICS

Olena Hryniv, Yaroslav Prytula
Ivan Franko National University of Lviv

1608 – 1661 – Jesuit Collegium
1661 – 1773 – Jesuit Academy, University
1773 – 1784 – Lyceum
1784 – 1805 – Joseph II University
1805 – 1817 – Lemberg Lyceum



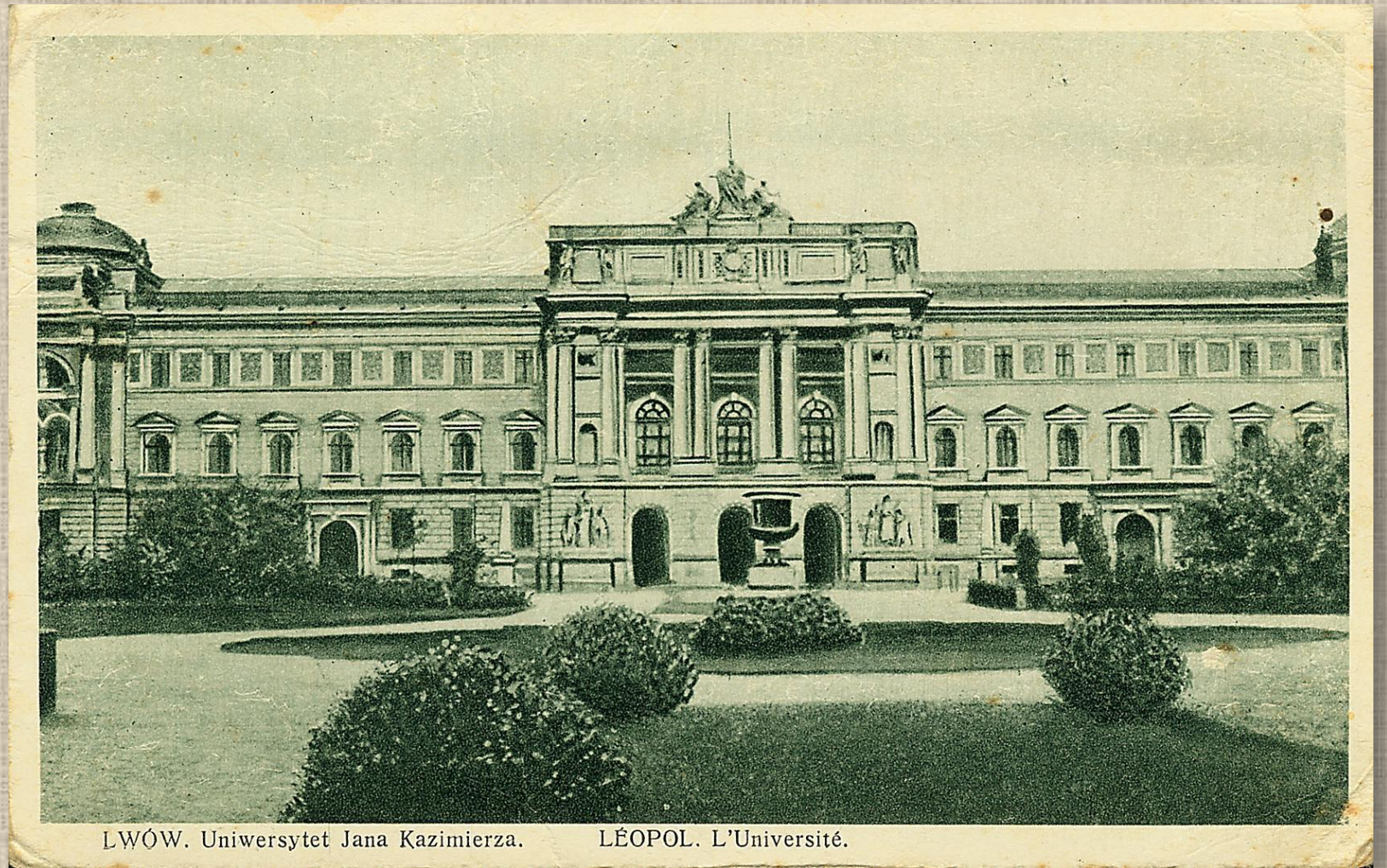
The building of Jesuit collegium



1817 – 1918 – Francis University
1919 – 1939 – Jan Kazimierz University
since 1940 – Ivan Franko University

The building of the former Jesuit convictus,
handed over the university in 1851.

In 1920, the building of the National Parliament of Galicia was handed over to the Jan Kazimierz university, and it became the main building of the university.





1844-1877 Technical Academy in Lemberg (Lviv)

1877-1921 Polytechnic School in Lemberg (Lviv)

1921-1939 Lwów (Lviv) Polytechnic

1939-1993 Lviv Polytechnic Institute

since 1993 Lviv Polytechnic National University

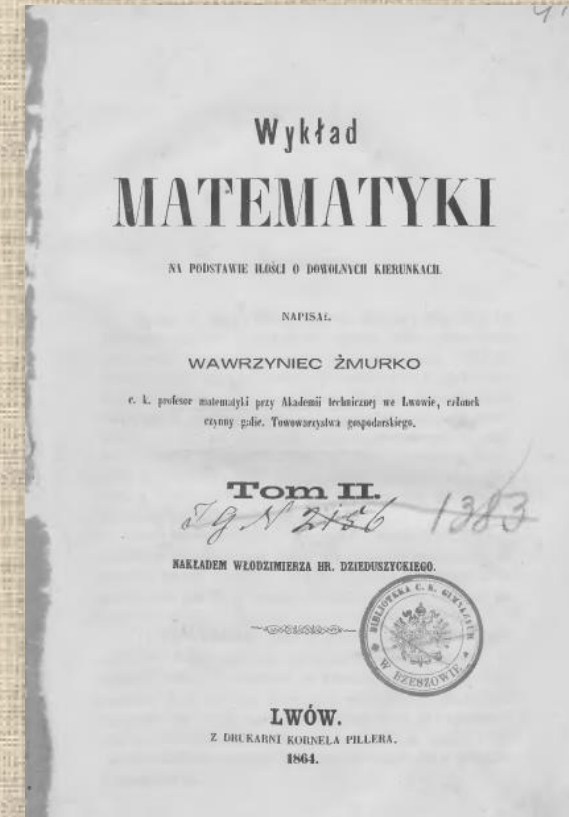
Wawrzyniec Żmurko (1824–1889)

Professor of the Technical Academy 1851 – 1883

Professor of the Lwów (Lviv) University 1872 – 1889

His scientific interests: differential geometry, algebra, geometry. He was the author of work entitled „*The lecture course based on quantities of arbitrary directions*” (1864).

His instruments for tracing out curves: ellipsograph, conograph, cycloidograph were demonstrated at the exhibitions in Lemberg (Lviv), Vienna, London (1876) and Paris (1878).

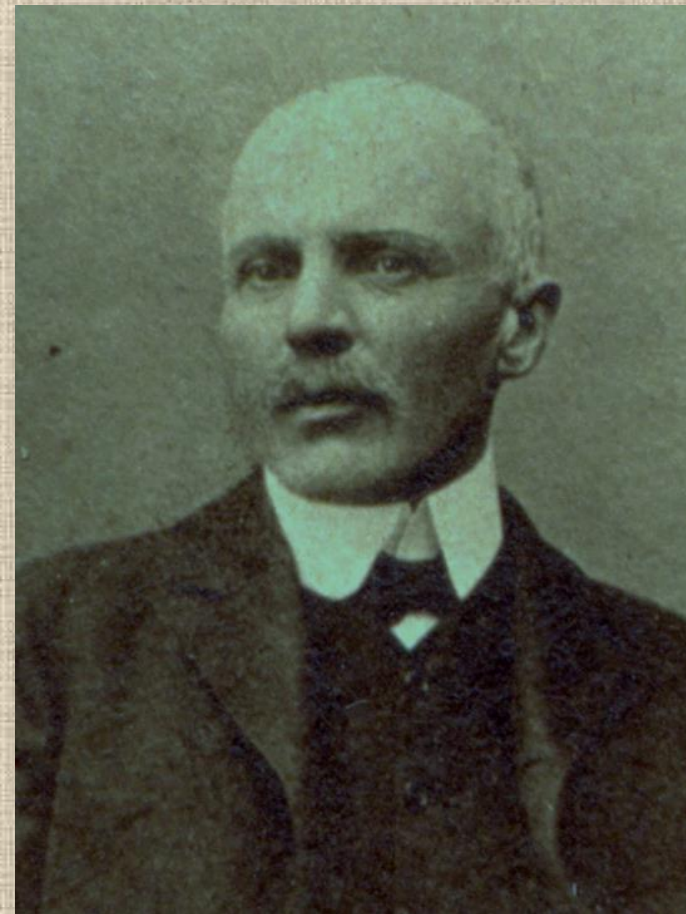


Józef Puzyna (1856 – 1919)

He studied in 1875 – 1880 at the Lwów (Lviv) University, in 1883 – 1884 at the Berlin University (Weierstrass, Kroneker).

He was a privatdozent in 1885 – 1889, a professor in 1889 – 1919 at the Lwów University.

The works of Weierstrass, Kroneker had influence on Puzyna's scientific interests: theory of analytic functions, theory of algebraic curves and functions.



K. Kuratowski wrote about J. Puzyna, that he was a predictor, whose ideas were developed by the next generation of Polish mathematicians.

J. Puzyna taught more than 30 different mathematical year-courses at the Lwów university:

- Synthetic geometry
- Theory of analytic functions
- Theory of Abel's functions
- Number theory
- Theory of elliptic functions
- Higher algebra
- On the algebraic functions
- Determinants and their applications
- On automorphic functions
- Partial differential equations
- Ordinary differential equations
- Differential geometry
- Algebraic curves
- Non-Euclidean geometry
- Topological studies

A. Łomnicki, O. Nikodym, S. Ruziewicz, M. Zarycki were his students.



Antoni Łomnicki
(1881 – 1941)



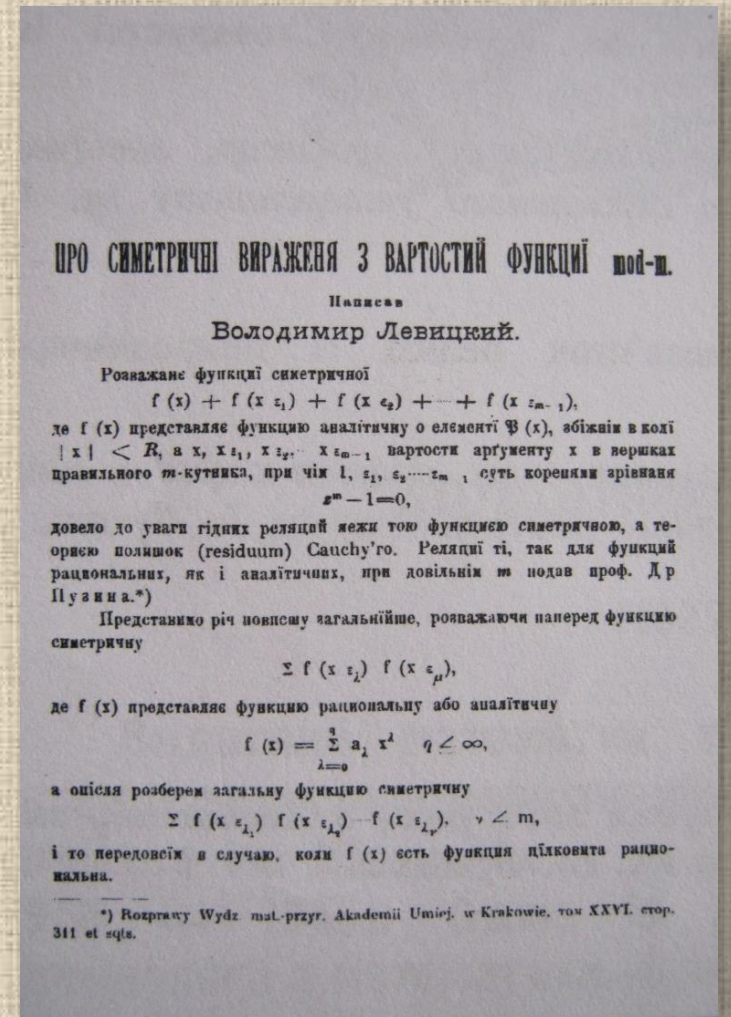
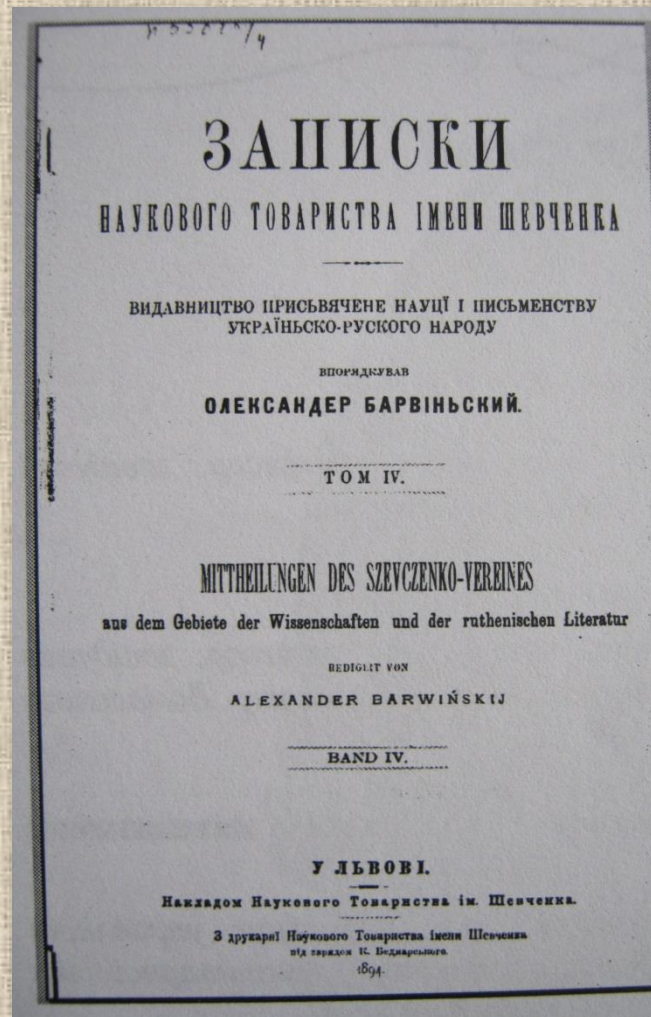
Otto Nikodym
(1887 – 1974)



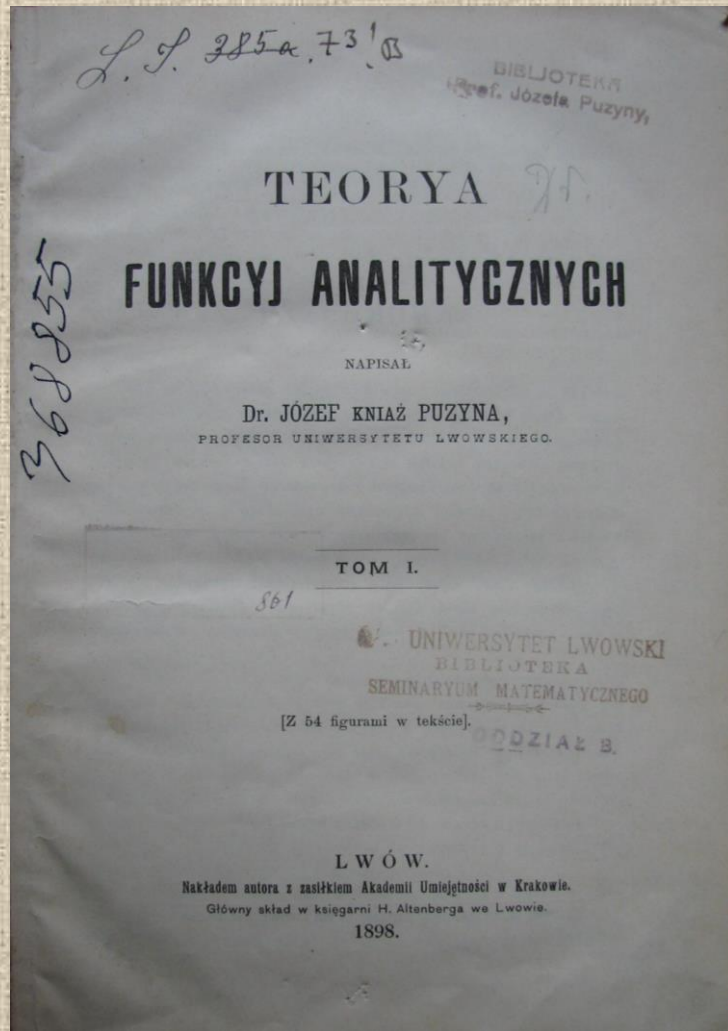
Myron Zarycki
(1889-1961)



Volodymyr Lewickij
(1872 – 1956)



The main J. Puzyna's work was two volumes of „*Theory of analytic functions*”.



„*It is a true encyclopedia of analysis: next to the analytical theory of functions – partially outlined in a beautiful approach according to Weierstrass – it collects information from the fields of set theory and topology (analysis situs), group theory, algebra, differential equations, harmonic functions.*”

S. Saks, A. Zygmund, *Funkcje analityczne* [Analytic functions], Monografie Matematyczne, X, Warszawa–Lwow–Wilno, 1937, p. VI.

Thanks to Puzyna's efforts the second chair of mathematics was opened at the Lwów university. He personally invited W. Sierpiński, Z. Janiszewski and H. Steinhaus to Lwów.



Privat-docent at Lwów (Lviv) University 1908-1910.

Extraordinary Professor at Lwów University 1910-1919.

Interned to Russia 1914 – 1918.

Professor at Warsaw University from 1919.

Wacław Sierpiński

(1882 – 1969)

Wacław Sierpiński taught following courses at the Lwów (Lviv) university:

- Number theory
- Analytic number theory
- Higher analysis
- Set theory
- Higher algebra
- Critical analysis of basic mathematical concepts
- Application of set theory to analysis
- Theory of infinite series
- Irrationality of the second degree
- The theory of functions of real variable
- The concepts of measure of point sets
- Recent studies in the theory of functions of real variable

He began the study of set theory besides analytic number theory in Lwów .

S. Mazurkiewicz and S. Ruziewicz wrote their doctoral dissertations under the supervision of W. Sierpiński in 1913.



S. Mazurkiewicz
(1888 – 1945)



S. Ruziewicz
(1889 – 1941)



Zygmunt Janiszewski
(1888 – 1920)

Privat-docent of Lwów (Lviv) University 1913-1918

His idea was to establish a journal specialized in topology and set theory „Fundamenta Mathematicae.” And he achieved his goal together with Wacław Sierpiński and Stefan Mazurkiewicz in 1920 in Warsaw. Janiszewski died on 3 January 1920 and he didn't see the first published issue.



Hugo Steinhaus

(1887 – 1972)

Assistant, Privat-docent, 1917-1920

Extraordinary Professor, 1920-1923

Professor, 1923-1941

The commemorative plaque was installed year ago on the wall of the house where Steinhaus lived in Göttingen.





father: **Stefan Greczek**
mother: **Katarzyna Banach**

Stefan Banach was born on
30 March, 1892 in Cracow.



After graduation from Gymnasium IV in Kracow S.Banach entered Lwów Polytechnics in 1910.



Banach was grew up with the owner of the laundry Franciszka Płowa.



C. k. Szkoła politechniczna we Lwowie.

Imię i nazwisko: *Banach Stefan* słuchacz zwyczajny Wydziału (*Bud. maszyn*)

Rok i dzień urodzenia	<i>30/3. 1892</i>
Miejsce i kraj urodzenia	<i>Włacków</i>
Miejsce przynależności	<i>Ustrzyka</i>
Narodowość	<i>polska</i>
Religia	<i>rx. kat.</i>
Imię, stan i miejsce zamieszkania ojca Imię i nazwisko, stan i miejsce zamieszkania opiekuna	<i>Grewack Stefan, ofc. Starostwa Włacków</i>
Data i liczba dekretu stypendyjnego	
Dotychczasowe studia	<i>Gimnazjum</i>
Data immatrykulacji	<i>19/10 1910 - 391.</i>

Uwagi: Przeniósł się na Wydział *Inżynierji*
 dnia *13 paźd.* roku *1911.* *St.*
 I. egzamin rządowy dnia z postępem

Absolutoryum wydano dnia

Record of registration to the Lwów Polytechnic school

Imię i nazwisko Banach Stefan Wydział Budowa Maryn
 Liczba wpisu 12 81 Rok naukowy 1911 półrocze zimowe r. 1911 Data wpisu 13/5 1911
letnie

Wykład, rysunki lub ćwiczenia	Liczba godzin w tygodniu			Wykładowcy	Potwierdzenie frekwencji	Data kolokwium	Postęp kolokwium	Data egzaminu	Postęp egzaminu	Data wydanego świadectwa	U w a g a
	W.	C.	R.								
Matematyka I					+						
Dr. L. L. Star Boguski	5				+			27/6/1913.	określony		
Przebieg z matematyki		2			+						
Dr. Edward Boguski					+						
Fizyka ogólna i techn.	5				+						
Dr. Tadeusz Godkowiak					+						
Przebieg z labor. fizyki i chemii		3			+						
Dr. Tadeusz Godkowiak					+						
Geometria ogólna					+						
Hermann Barle	4				+						
Przebieg z geometrii					+						
Hermann Barle		6			+						
Mechanika ogólna					+			27/5/1913	określony		
Dr. Alfred Reissert	5				+						
Przebieg z mechaniki					+						
Dr. Alfred Reissert					+						
Inżynieria					+						
Marynarska					+						
Dr. J. Sobchak	3				+					6-VI-1913.	



2nd semester 1910/11:

Exam in Mathematics was completed on June 24, 1913 with "excellent" mark

Exam in General Mechanics was completed on November 3, 1913 with "very good" mark.

Before 1914 S. Banach had passed only the first state exam of general disciplines (mathematics, mechanics, physics, descriptive geometry).

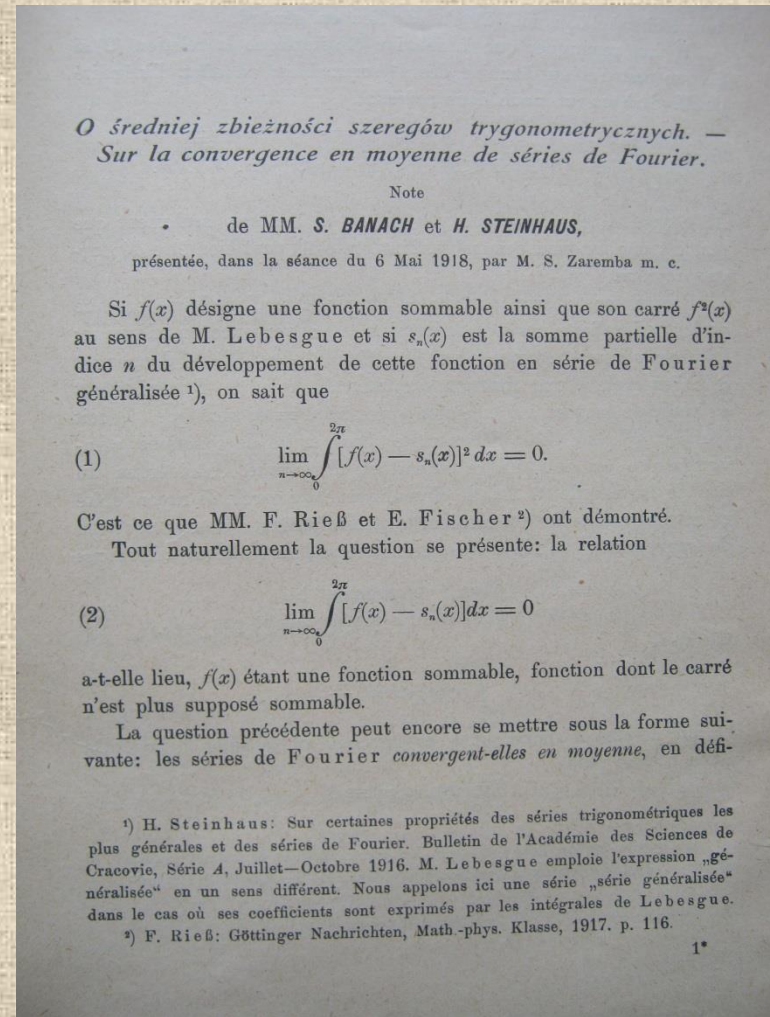
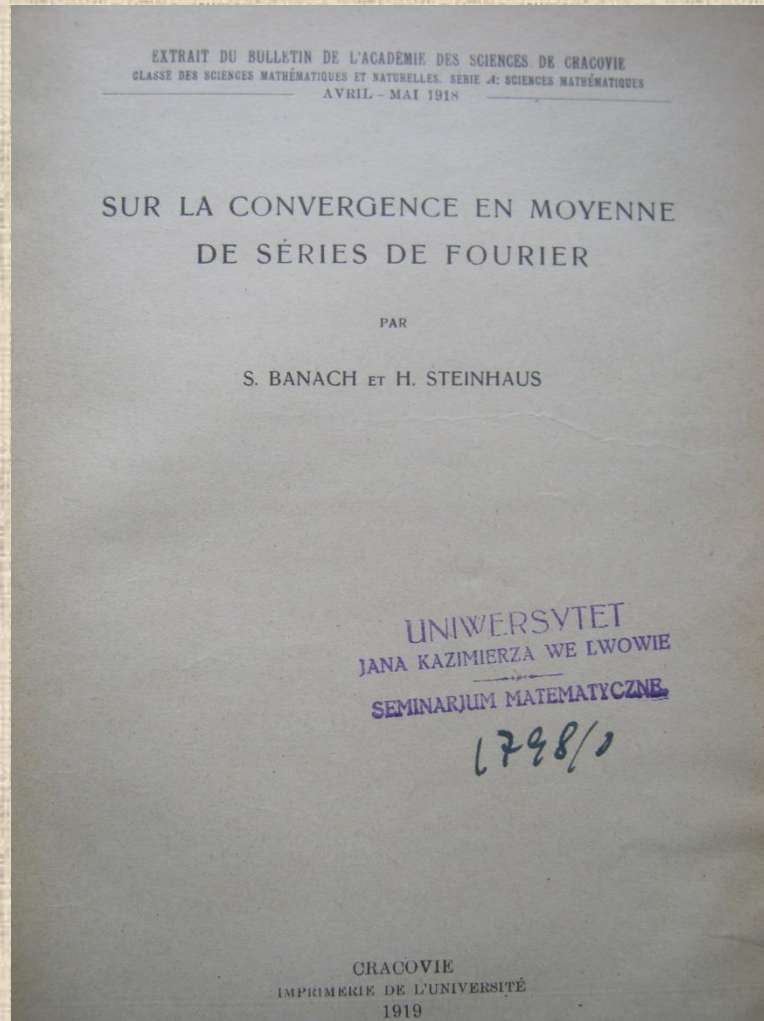
His studies there were interrupted by the First World War and Banach came back to Cracow.

As Hugo Steinhaus mentioned this meeting –
“during this walk I heard the words “... Lebesgue measure ...” – I went to the bench and introduced myself to two young students of mathematics. They told me that their companion was also Witold Wilkosz, who was highly praised. They were Stefan Banach and Otto Nikodym. Since then, we met regularly, and because of the fact that Wladyslaw Ślebodziński, Leon Chwistek, and Jan Króo and Władysław Stożek were in Cracow, we decided to start a Mathematical Society”.



„Banach’s bench” – a monument in Cracow.
Stefan Banach and Otto Nikodym

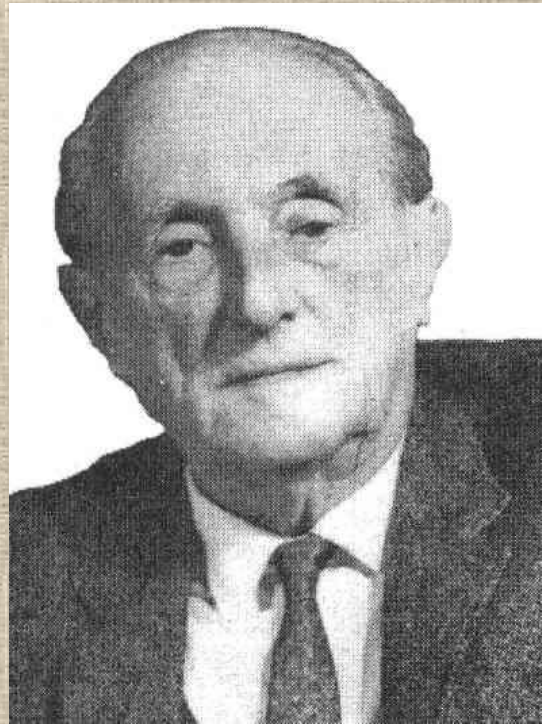
The first article of Banach (together with H. Steinhaus)



Heads of the departments of mathematics (A, B, C) in September 1920.



Eustachy Żylinski



Hugo Steinhaus



Stanisław Ruziewicz

Stefan Banach, urodzony dnia 30. marca roku 1892 w Krakowie, poddał się dwugodzinnemu egzaminowi ściśletemu d. 3. listopada r. 1920 z całości matematyki i fizyki

Celankomie Komisji ocenili wynik wyżej następujący:

celujący

celujący

E. Fryblinski

H. Steinhaus

celujący

celujący

A. Loria

Frejberg

Komisja uznała wynik egzaminu jednomyślnie za celujący.

Frejberg

Wiekna

„Excellent” in Mathematics and Physics

Stefan Banach, urodzony dnia 30. marca, roku 1892 - go w Krakowie, poddał się egzaminowi jednogodzinnemu ściśletemu d. 11. go grudnia roku 1920 z filozofii.

Celankomie Komisji ocenili wynik egzaminu wyżej następujący:

celujący

celujący

St. Iwanowski

Wickentberg

celujący

Frejberg

Komisja uznała wynik egzaminu jednomyślnie za celujący.

Frejberg
Wiekna

„Excellent” in Philosophy

Presentibus nobis Dominum Stephanum Banach
natione Polonum & Cracoviae oriundum omnibus quae
lege praescripta sunt praestitis in doctorem philosophiae
promotum esse in perpetuam rei memoriam huic protocollo
insertum firmamus.

Leopoli die XXII. mensis Januarii MCMXXI.

Mladimir Surdek
h. t. Rectori vice fungens
József Weyberg
h. t. Decanus
Casimirus Tworzydło
Promotor

Exemplum in manus traditum
Leopoli die 29. mensis Aprilis 1921.

The record in the promotion book was signed by a rector, a dean and Banach's promotor K. Twardowski.

Theory of measure

FUNDAMENTA MATHematicae

REDAKTOROWIE

STEFAN MAZURKIEWICZ i WACŁAW SIERPIŃSKI

KOMITET REDAKCYJNY

DR STANISŁAW LEŚNIEWSKI, DR JAN ŁUKASIEWICZ,
DR STEFAN MAZURKIEWICZ, DR WACŁAW SIERPIŃSKI
PROFESOROWIE UNIwersYTETU WARSZAWSKIEGO.

TOM IV

Z SUBWENCJI MINISTERSTWA W. R. I O. P.

WARSZAWA 1923.

PARIS, LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET C^{ie},
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

Sur le problème de la mesure.

Par

Stefan Banach (Léopol = Lwów).

Introduction.

Dans ce travail je m'occupe du *problème de la mesure* et des problèmes connexes qui s'attachent aux questions suivantes:

Dans son livre „*Leçons sur l'intégration*“ (Paris 1905) M. Lebesgue énonce les propriétés de son intégrale:

1°. Quels que soient a, b, h , on a

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{a+h}^{b+h} f(x-h) dx.$$

2°. Quels que soient a, b, c , on a

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = 0$$

3°. $\int_a^b [f(x) + \varphi(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b \varphi(x) dx.$

4°. Si l'on a $f \geq 0$ et $b > a$, on a aussi $\int_a^b f(x) dx \geq 0.$

5°. On a: $\int_0^1 1. dx = 1.$

6°. Si $f_n(x)$ tend en croissant vers $f(x)$, l'intégrale de $f_n(x)$ tend vers celle de $f(x)$.

En même temps M. Lebesgue pose le problème si la propriété 6° est indépendante de cinq autres, ce qu'il faut comprendre comme le problème si une intégrale jouissant des propriétés 1°—5°

Record of Stefan Banach's habilitation exam

Uchwała.

Przedmiot. _____

§ 1. Dziekan o godzinie _____ minut _____ stwierdza obecność prawomocnej ilości członków Rady Wydziałowej otwiera posiedzenie, do spisania sprawozdania niniejszego zaprasza _____ włączenie _____ + odczytuje wpływy od Nr. _____ do Nr. _____

§ 2.

Prof. Rusiewicz referuje prace Dr. S. B a n a c h a i wnosi o dopuszczenie p. Dra Banacha do dalszych стадów habilitacji.

Prof. Zyliński zadaje Kandydatowi następujące pytania:

- 1/ Jak można definiować matematykę
- 2/ Jak mogą być tłumaczone t. nr. paradyksy teorii mnogości w szczególności anatemomje Richardsa.
- 3/ Jakie nierozstrzygnięte dotąd zagadnienia ogólnej teorii mnogości. punktów są osobliwie ważne.

Prof. Steinhens zadaje Kandydatowi następujące pytania:

- 1/ Co to znaczy, że twierdzenie matematyczne jest prawdziwe.
- 2/ Co to jest dowód.
- 3/ O jaką liczbę się twierdzenia których treścią jest "istnienie" w zsl. "nie-istnienia" przedmiotów matematycznych.
- 4/ Jakie są główne pojęcia mechaniki statystycznej.

Prof. Rusiewicz zadaje Drowi Bana - chowi pytania następujące:

- 1/ Jakie są znane twierdzenia o funkcjach zmiennej rzeczywistej / bez założeń o naturze funkcji /
- 2/ Jak można określić cełkę dla każdej funkcji ograniczonej, gdy mamy określone miarę każdego zbioru
- 3/ Typy szeregów potęgowych, których koże współczynniki są ciągami funkcji określonej miary.

Prof. Zyliński wnosi aby kollokwium habilitacyjne uznać za wystarczające i wysłuchać wykład na temat "rozwoju pojęcia miary" w piątek dnia 7. kwietnia br.

K.K. w i e t n i e w a k i w ł. r.

D z i e k a n W. F. U. J. K.

Następują podpisy Członków Rady Wydziału Filozoficznego Uniwersytetu Jana Kazimierza obecnych na zebraniu.


Stwierdzam zgodność niniejszego podpisu z oryginalnym sprawozdaniem.

M. Kasimierz
D z i e k a n W. F. U. J. K.

w e - w o w i e , d n i a 10. m a j a 1922.

wniosek przyjęto jednogłośnie

Uchwalono jednogłośnie.



Record of Stefan Banach's habilitation exam

Questions from Zylinski:

- 1) Definition of Mathematics.
- 2) Interpretation of paradoxes of the set theory, in particular Richard's antinomy.
- 3) Which problems of the general set theory unsolved up to now are the most important?

Questions from Steinhaus:

- 1) What does it mean that mathematical statement is true?
- 2) What proof does it mean?
- 3) What is the meaning of statements asserting existence or non-existence of mathematical objects?
- 4) Main notions of statistical mechanics.

Questions from Ruziewicz:

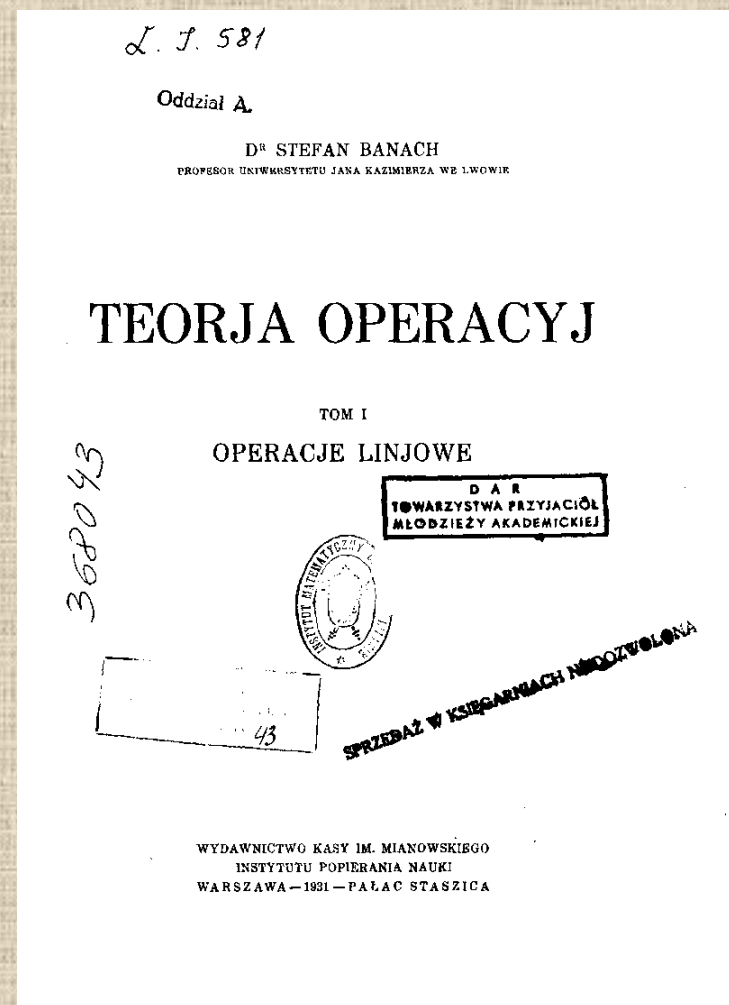
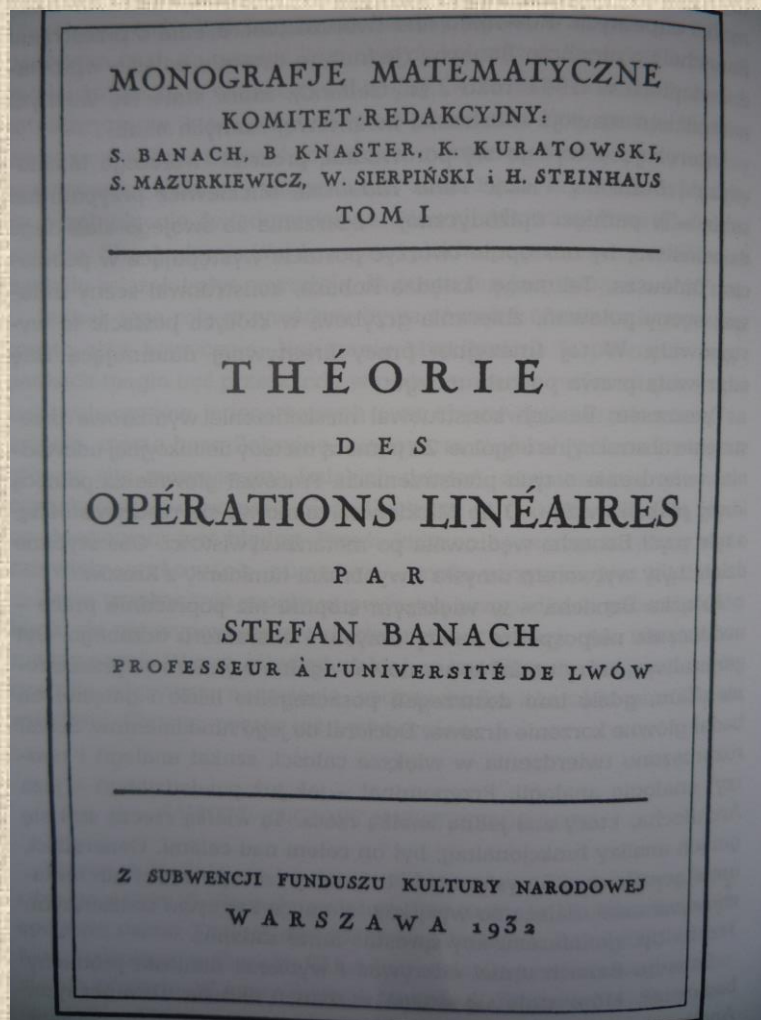
- 1) Known statements in the theory of real functions (...)?
- 2) Integral of a bounded function (...)?
- 3) Types of power series (...)?

Head of the department of Mathematics D from 1922.

And after habilitation he became professor (extraordinary, and in 1927 ordinary) and the head of the fourth chair of mathematics.



Banach's monographs



Banach's mathematical style

- 1) Steady concentration upon selected topics;
- 2) Power of proving;
- 3) Free use of admissible methods.

Doctoral theses defended at the Lwów University during 1920 – 1938:

1921 Stefan Banach,	prom. K. Twardowski
1924 Juliusz Paweł Schauder,	prom. E. Żyliński
1924 Stefan Kaczmarz,	prom. S. Ruziewicz
1924 Władysław Nikliborc,	prom. H. Steinhaus
1927 Sala Weinlos,	prom. H. Steinhaus
1928 Władysław Orlicz,	prom. E. Żyliński
1929 Zygmunt Birnbaum,	prom. H. Steinhaus
1930 Myron Zarycki,	prom. S. Rusiewicz
1930 Herman Auerbach,	prom. H. Steinhaus
1932 Stanisław Mazur,	prom. S. Banach
1934 Józef Schreier,	prom. S. Banach
1937 Marc Kac,	prom. H. Steinhaus
1938 Meier Eidelheit,	prom. S. Banach
1937 Władysław Hetper,	prom. L. Chwistek
1938 Józef Pepis,	prom. E. Żyliński

Stanisław Ulam (promotor K. Kuratowski) defended his thesis at the Lwów Polytechnic.

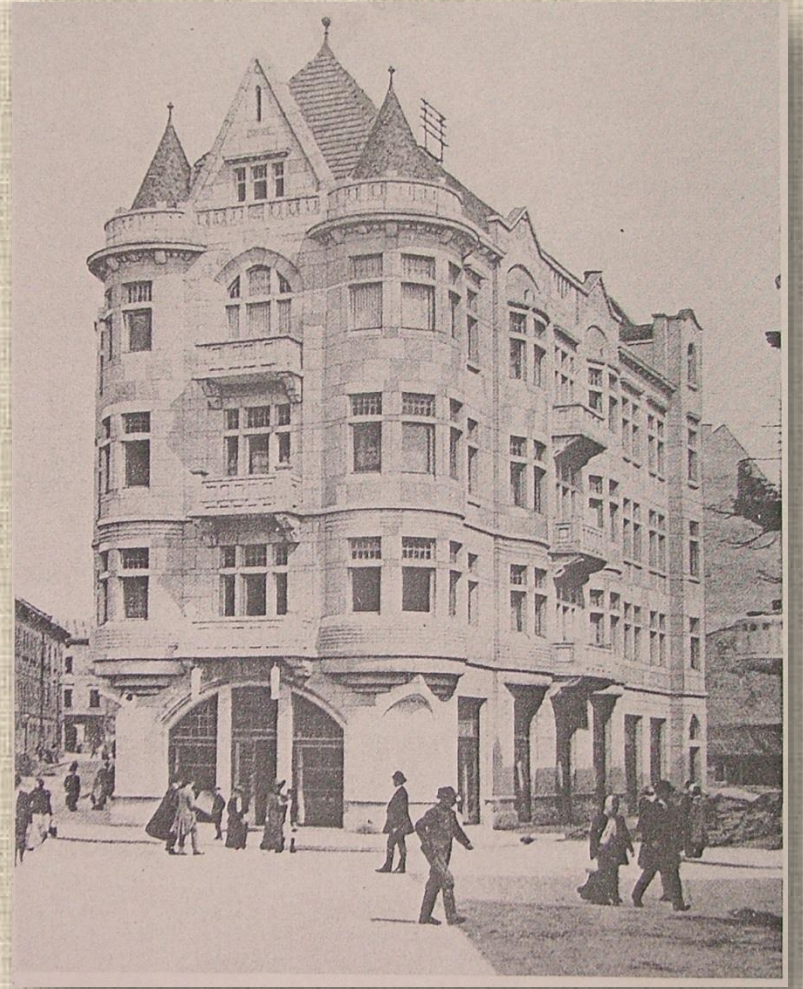
The habilitation degree at the Lwów University was obtained by:

- Juliusz Paweł Schauder
- Stefan Kaczmarz
- Władysław Nikliborc
- Władysław Orlicz
- Herman Auerbach
- Stanisław Mazur

The main achievements of the Lwów Mathematical School are:

- creating the fundamenta of functional analysis and developing its particular sections; (S. Banach, H. Steinhaus, J.P. Schauder, S. Mazur, W. Orlicz);
- introducing topological methods in functional analysis and their application to the problems of differential equations in partial derivatives; (J.P. Schauder);
- considering probability as a measure, introducing the concept of independent functions; (A. Łomnicki, H. Steinhaus, M. Kac);
- solving the fundamental problems of measure theory; (S. Banach, K. Kuratowski, S. Ulam);
- pioneering works in the game theory (H. Steinhaus), topological algebra (J. Schreier, S. Ulam), theory of recursive functions (S. Banach, S. Mazur) and applications of mathematics (H. Steinhaus).

The broad use of non-constructive methods based on Zermelo's axiom, Baire category and the Lebesgue measure was an attribute of the research for Lwów mathematicians. Their creative enthusiasm could be developed due to the specific atmosphere of collective work of teachers and students at seminars and in "Scottish Café".



www.math.lviv.ua/szkocka/

KSIEGA SZKOŁKA

53) Problemat Banach

Plat powierzchniowy \mathcal{C} (tj. jedno-wymiarowy ciągły obraz tarczy kręga) ma własność następującą:

Dla każdej liczby $\varepsilon > 0$ można dobrać, także $\eta > 0$ (odległość mniejszą niż ε),
ie dowolnie dwa punkty platu \mathcal{C} dające się połączyć łukiem leżącym na \mathcal{C} o długości mniejszej niż ε .

Wykazać, że plat (\mathcal{C}) ma pole skończone i prawie wszędzie przyczyna styczna.

54) Problemat Schauder

a) W danym zbiorze H wypukłym, zamkniętym, kompaktowym, położonym w przestrzeni typu F , określone jest odwzorowanie ciągłe $U(x)$ na H (czy istnieje punkt stałości? (Fixpunkt))

b) Ten sam problem rozstrzygnąć dla przestrzeni topologicznych liniowych dowolnych, względnie takich, w których istnieją otoczenie wypukłe dowolnie małe (Bonifraus dla przestrzeni typu F_0 nawet stwierdzenie ogólniejsze: H nie musi być kompaktowe, tylko $U(H)$ kompaktowe)

55) Problemat Shagut

H przestrzeni E n -wymiarowej euklidesowej wzg. ogólnej typu (\mathbb{R}) dany jest wielomian $\mathcal{W}(x)$ ograniczony w ε -otoczeniu pewnego zbioru nieograniczonego

$\mathcal{R} \subset E$ (ε -otoczenie zbioru $\mathcal{R} =$ zbiór punktów odległych od \mathcal{R} o mniej niż ε).
Czy istnieje nieścisły wielomian $\mathcal{V}(x)$ oraz wielomian stopnia 1-ego $\mathcal{F}(x)$



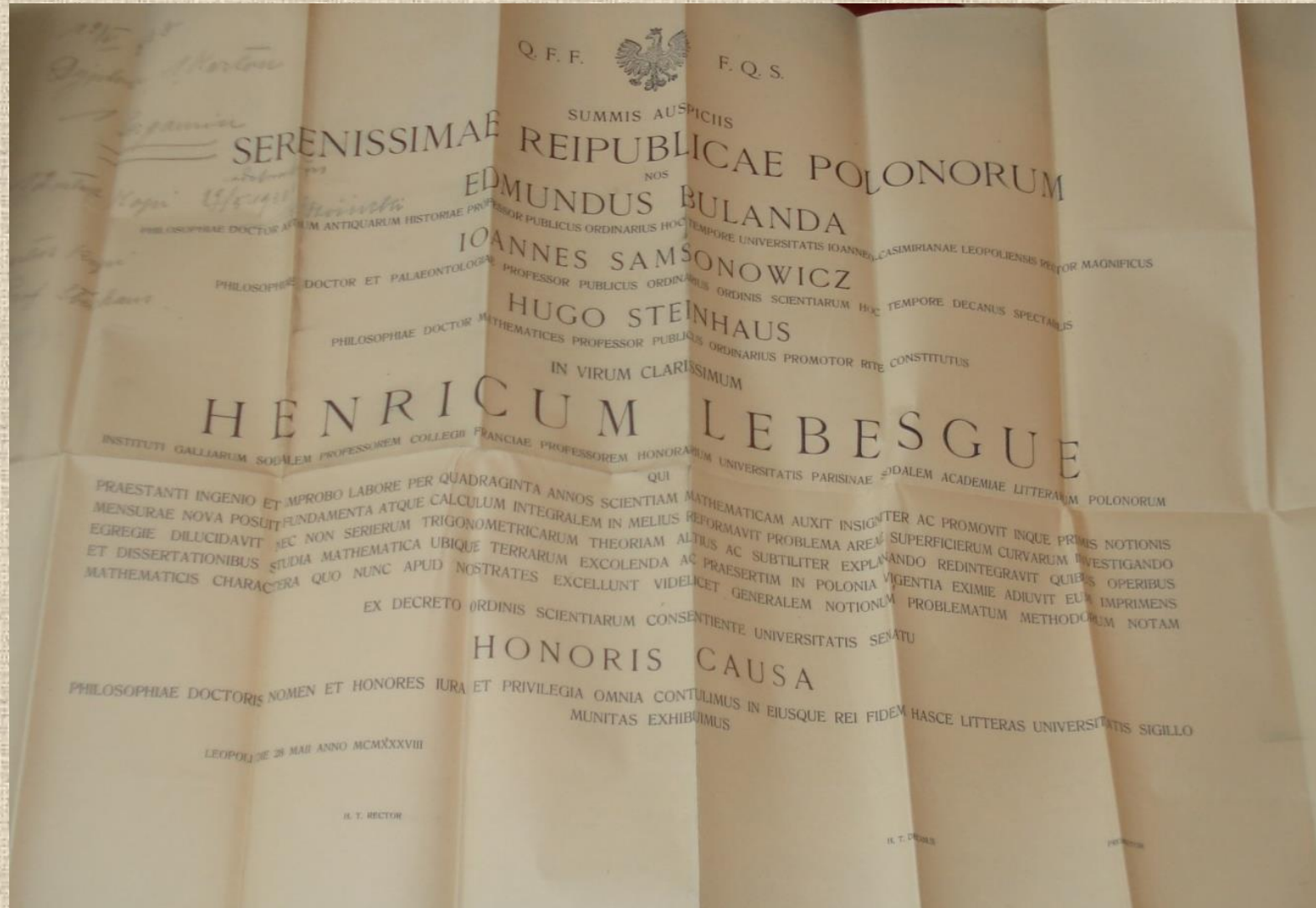
Ernest Zermelo in Lwów, May 25-26, 1929



Standing: Kazimierz Kuratowski, Bronisław Knaster, Stefan Banach, Włodzimierz Stożek, Eustachy Żyliński, Stanisław Ruziewicz.
Siting: Hugo Steinhaus, Ernst Zermelo, Stefan Mazurkiewicz.



Diploma Doctor Honoris Causa for H. Lebesgue



Stefan Banach and Stanislaw Mazur were deputys of City Council in 1940.



Кандидати у депутатів Львівської міськради — професори державного університету ім. Ів. Франка тт. Банах С. С. (зліва) і Мазор С. Т.
Фото Г. Зельма і Н. Коллі.

Picture from Soviet newspaper.





Stefan Banach died on 31 August 1945, aged 53. He was buried at the Lychakiv Cemetery in the crypt of the Riedl family.



Riedl's house where Stefan Banach lived in 1944 – 1945.

Thank you for your attention!

Thank you for your participation
at the International Conference "Banach Spaces and their applications".

